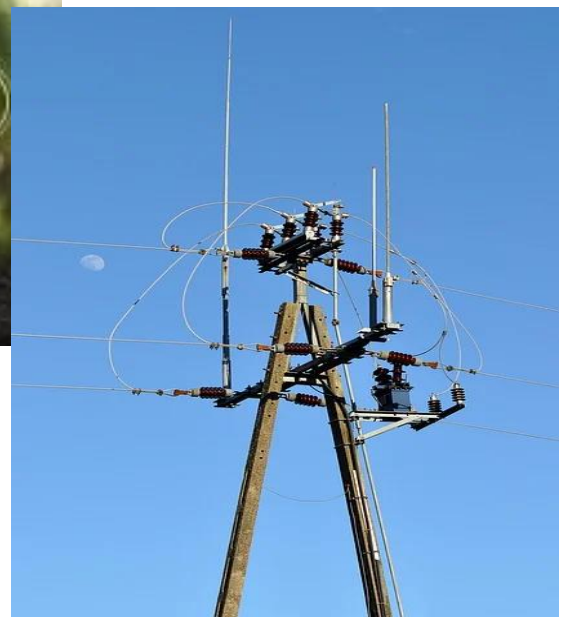
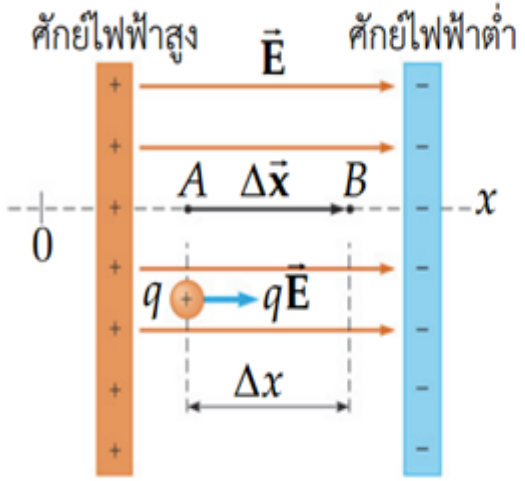
งาน พลังงานไฟฟ้า ศักย์ไฟฟ้า และตัวเก็บประจุไฟฟ้า



ฟิสิกส์สำหรับครู 2

งานและพลังงานไฟฟ้า

งานและพลังงานศักย์ไฟฟ้าแรงทางไฟฟ้าเป็นแรงอนุรักษ์พิจารณาได้จากการเคลื่อนประจุจากตำแหน่งใดใดให้กลับมาที่ ตำแหน่งเดิมงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่เท่ากับศูนย์ การเคลื่อนที่ของประจุจึงเป็นไปตามกฎการ อนุรักษ์พลังงาน ประจุที่อยู่ในสนามไฟฟ้าจะมีแรงกระทำกับประจุทำให้ความเร็วของประจุ เปลี่ยนแปลง ดังนั้นพลังงานจลน์ของประจุที่เปลี่ยนไปจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์เนื่องจากสนาม



ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของอนุภาคและพลังงานศักย์

$$\Delta PE = -\Delta KE$$

งานและพลังงานไฟฟ้า

$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = q\vec{E} \cdot \Delta\vec{x}$$

$$W_{AB} = qE\ \Delta x$$

$$\Delta PE = -qE\ \Delta x$$

ทั้งนี้ทิศของแรงหรือทิศของสนามไฟฟ้าอยู่ในแนวเดียวกับทิศของการกระจัด ดังนั้นซึ่งพลังงานนี้เท่ากับพลังงานจลน์ที่เพิ่มขึ้นของประจุทดสอบ ทำให้ประจุมีความเร็วเพิ่มขึ้น ความเร็วที่จุด มากกว่าที่จุด ดังนั้นพลังงานศักย์ของประจุจะลดลง พลังงานที่จุด ต่ำกว่าค่าพลังงานศักย์ขึ้นอยู่กับขนาดของประจุทดสอบที่อยู่ภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้า ถ้าเราจัดรูปของสมการใหม่ โดยนิยามค่าพลังงานศักย์ต่อหน่วยประจุทดสอบ เพื่อให้สมการไม่ขึ้นกับประจุที่อยู่ในสนามจะได้ปริมาณที่เป็นคุณสมบัติของต้นกำเนิดสนามที่เรียกว่า ความต่างศักย์ คือ การเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์ต่อหน่วยประจุ

$$\Delta V = \frac{\Delta PE}{q} = -E\ \Delta x \quad \left[\frac{J}{C}\right] = V$$

ค่าพลังงานศักย์ขึ้นอยู่กับขนาดของประจุทดสอบที่อยู่ภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้า ถ้าเราจัดรูปของสมการใหม่ โดยนิยามค่าพลังงานศักย์ต่อหน่วยประจุทดสอบ เพื่อให้สมการไม่ขึ้นกับประจุที่อยู่ในสนามจะได้ปริมาณที่เป็นคุณสมบัติของต้นกำเนิดสนามที่เรียกว่า ความต่างศักย์ คือ การเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์ต่อหน่วยประจุ ศักย์ไฟฟ้ามีหน่วยเป็น โวลต์ (volt, V) ความต่างศักย์จะขึ้นอยู่กับขนาดของสนามไฟฟ้า

$$\Delta PE = \int_A^B dW$$

$$\Delta PE = -q \int_A^B \vec{E}\, d\vec{s}$$

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta PE}{q}$$

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s}$$

$$\Delta PE = q\Delta V$$

$$W = \Delta PE$$

$$W = q\Delta V$$

ตัวอย่าง งานในการเคลื่อนประจุถ้าต้องการเคลื่อนอิเล็กตรอน 1 ตัว ผ่านศักย์ไฟฟ้า 1 V ต้องใช้พลังงานเท่าใดวิธีทำ หางานที่ใช้ในการเคลื่อนประจุผ่านความต่างศักย์ไฟฟ้า

$$W = q\Delta V = 1.60 \times 10^{-19} \times 1 = 1.60 \times 10^{-19}\ J$$

ต้องใช้พลังงาน $1.60 \times 10^{-19}\ J$ ในการเคลื่อนอิเล็กตรอนผ่านความต่างศักย์ 1V ซึ่งปริมาณนี้จะ เท่ากับพลังงานในหน่วย อิเล็กตรอนโวลท์ (electron volt, eV) โดยที่ $1\ eV = 1.60 \times 10^{-19}\ J$

ศักย์ไฟฟ้าจากจุดประจุ

อนุภาคประจุจะสร้างอิทธิพลให้เกิดสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า ทั้งนี้สนามไฟฟ้าจะขึ้นกับระยะห่างจากประจุต้นกำเนิด สนามไฟฟ้าจากจุดประจุมีค่าลดลงตามระยะห่างกำลังสอง $E = \frac{k_e Q}{R^2}$ ที่ระยะห่างออกไปสนามจะมีค่าลดลง ศักย์ไฟฟ้าที่ระยะห่างก็มีค่าลดลงด้วย ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุต้นกำเนิด Q หาได้จากงานที่ใช้ในการเคลื่อนประจุทดสอบระหว่างจุดสองจุด สมมติว่าเริ่มต้นเคลื่อนประจุทดสอบจากจุด A อยู่ไกลจากประจุต้นกำเนิดมากเป็นระยะ ∞ ซึ่งที่ระยะห่างนี้สนามและศักย์ไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์ ไปยังจุด B ที่อยู่ห่างจากประจุต้นกำเนิดเป็นระยะ R ให้ระยะกระจัด $d\vec{s}$ เป็นการกระจัดสั้นสั้นตามแนวรัศมีจะได้

$$W = -q\int_{\infty}^{R} E\,dr$$

$$= -q\int_{\infty}^{R} \frac{k_e Q}{r^2}\,dr$$

$$= -k_e qQ\int_{\infty}^{R} \frac{1}{r^2}\,dr$$

$$= -k_e qQ\left[-\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{R}$$

$$= k_e qQ\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty}\right]$$

$$W = k_e \frac{Qq}{R}$$

$$\Delta V = \frac{W}{q}$$

$$= k_e \frac{Q}{R}$$

ทั้งนี้จุดเริ่มต้นอยู่ที่ระยะ ∞ ซึ่งมีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์ ถ้าเราให้ตำแหน่งนี้เป็นจุดอ้างอิงพลังงานศักย์เราอาจละเครื่องหมาย จะได้ศักย์ไฟฟ้าที่ระยะห่างใดใดจากประจุต้นกำเนิดเป็น

$$V = k_e \frac{Q}{r}$$

หน่วยของศักย์ไฟฟ้าคือ โวลต์ (Volt) $1V = 1\frac{J}{C}$

เส้นสมศักย์

ความต่างศักย์ไฟฟ้า $\Delta V = -\vec{E} \cdot \vec{s}$ คือ ผลคูณแบบสเกลาร์ (dot product) ระหว่างสนาม กับการกระจัด

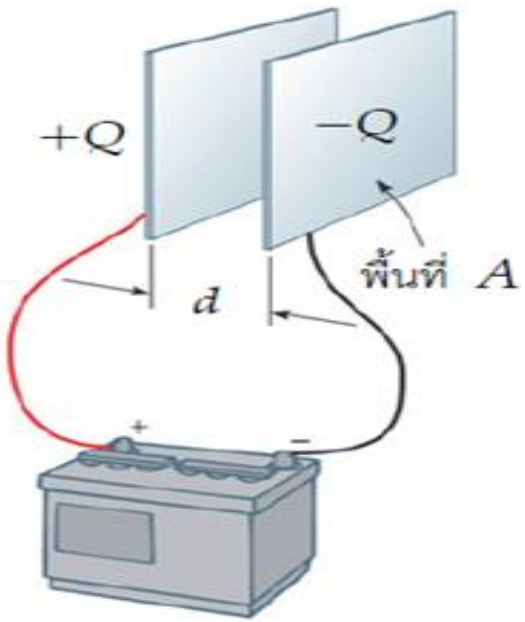
$\vec{E} \cdot \vec{s} = Es \cos\theta$· ถ้าการกระจัดตั้งฉากกับทิศของสนาม $\cos 90^\circ = 0$ ความต่างศักย์เป็นศูนย์ แสดงว่าการเคลื่อนที่ตามแนวการกระจัดที่ตั้งฉากกับทิศของสนามไฟฟ้าจะมีความต่างศักย์เป็นศูนย์นั่นคือศักย์ไฟฟ้ามีค่าเท่ากันตลอดแนวการกระจัดที่ตั้งฉากกับทิศของสนาม เมื่อความต่างศักย์มีค่าเป็นศูนย์แสดงว่าการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุในแนวที่ตั้งฉากกับสนามไฟฟ้าจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงพลังงาน $\vec{E} \cdot \vec{s} = Es \cos\theta$ แนวที่ตั้งฉากกับทิศของสนามไฟฟ้าจะเรียกว่า เส้นสมศักย์ (equipotential line) หรือ ถ้าเป็นพื้นผิวรูปร่างใดใดที่ตั้งฉากกับสนามไฟฟ้าจะเรียกว่า พื้นผิวสมศักย์ (equipotential surface)

ตัวอย่างของเส้นสมศักย์ (equipotential line)

ความจุไฟฟ้า (Capacitance)

การเคลื่อนย้ายประจุต้องใช้งานจากภายนอกเพื่อเปลี่ยนพลังงานศักย์ของประจุ ซึ่งงานจากภายนอกจะเป็นพลังงานที่สะสมในระบบ ตัวอย่างง่าย ๆ ของการย้ายประจุโดยการต่อแผ่นตัวนำเข้ากับขั้วไฟฟ้าบวกและขั้วลบแล้วต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้า อิเล็กตรอนจะเคลื่อนออกจากขั้วหนึ่งทำให้เกิดประจุ +Q และอิเล็กตรอนจะไปสะสมที่อีกขั้วหนึ่งทำให้เกิดประจุ -Q จะเห็นว่าประจุสุทธิของระบบยังคงเป็นกลางคือศูนย์ แต่แหล่งจ่ายไฟฟ้าทำงานโดยการเคลื่อนอิเล็กตรอนให้ไปเก็บสะสมที่ขั้วไฟฟ้าด้านหนึ่งมากกว่าอีกด้านหนึ่ง เรียกอุปกรณ์ลักษณะนี้ว่าตัวเก็บประจุ ซึ่งงานที่ทำโดยแหล่งจ่ายไฟฟ้าจะเปลี่ยนเป็นพลังงานที่สะสมในแผ่นขนาน การถ่ายเทประจุจะหยุดลงเมื่อความต่างศักย์ของแผ่นขนานเท่ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้า ตัวเก็บประจุจะสะสมพลังงานที่เกิดจากการเคลื่อนประจุ ตัวเก็บประจุจะทำหน้าที่สะสมประจุไฟฟ้าโดยตัวเก็บประจุที่มีค่าความจุไฟฟ้า (capacitance) สูงจะสามารถสะสมประจุไฟฟ้าได้มาก

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \left[\frac{C}{V}\right]$$



ตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน

ตัวเก็บประจุประกอบด้วยแผ่นตัวนำสองแผ่นวางขนานกันอยู่ห่างกันเล็กน้อยเป็นระยะ dถ้าพื้นที่ของแผ่นขนานมากค่าความจุจะยิ่งมาก โดยทั่วไประยะ d จะมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับพื้นที่ของแผ่นขนาน (A) เมื่อมีประจุ +Q และ -Q สะสมที่แผ่นขนานทั้งสองด้าน อาจจะประมาณได้ว่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างแผ่นขนานเป็นสนามไฟฟ้าที่สม่ำเสมอ ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

ความต่างศักย์ระหว่างแผ่นขนานจะเท่ากับ

$$\Delta V = Ed$$

$$= \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$$

ดังนั้นค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานจะเท่ากับ

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$= Q\frac{\varepsilon_0 A}{Qd}$$

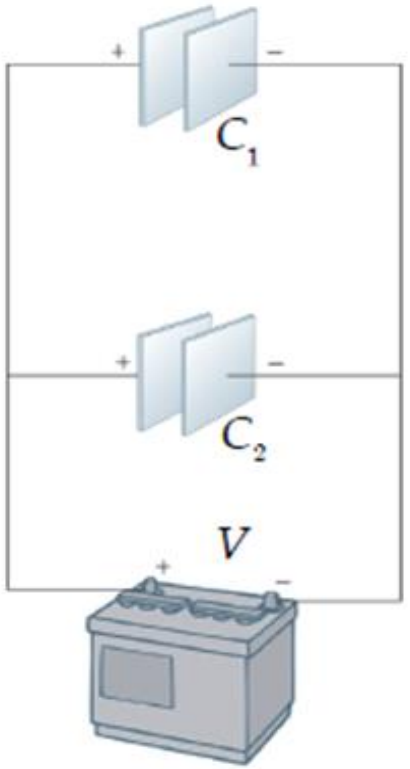
$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

การต่อตัวเก็บประจุเมื่อนำตัวเก็บประจุหลายตัวมาต่อกัน

$$Q_0 = Q_1 + Q_2$$

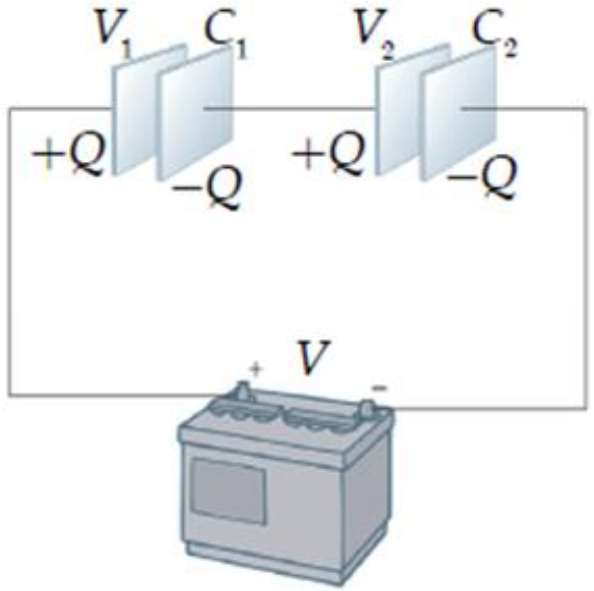
$$C_0 V = C_1 V + C_2 V$$
$$C_0 = C_1 + C_2$$

$$C_0 = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n$$

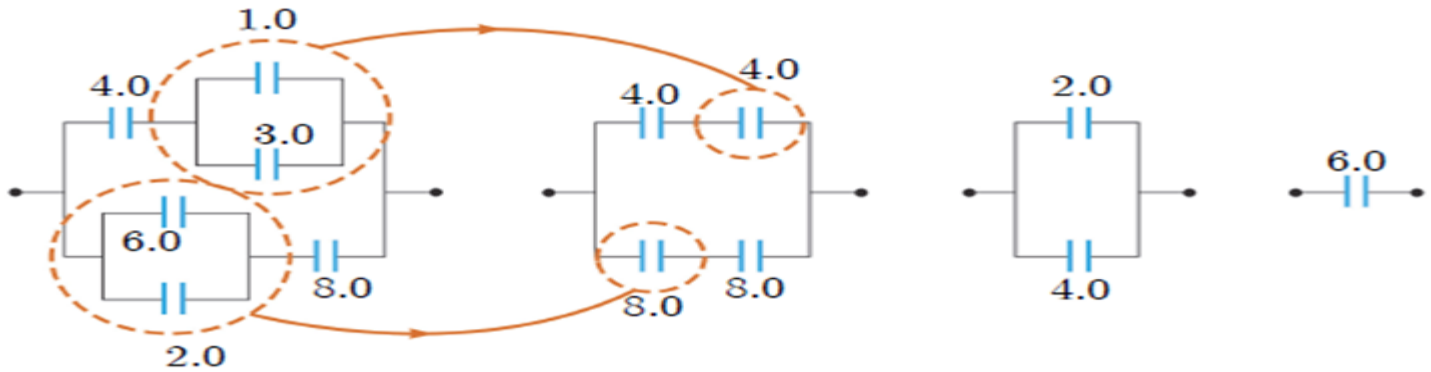


$$\frac{Q}{C_0} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$
$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$



ตัวอย่าง จงหาความจุไฟฟ้ารวมจากการต่อแบบผสม



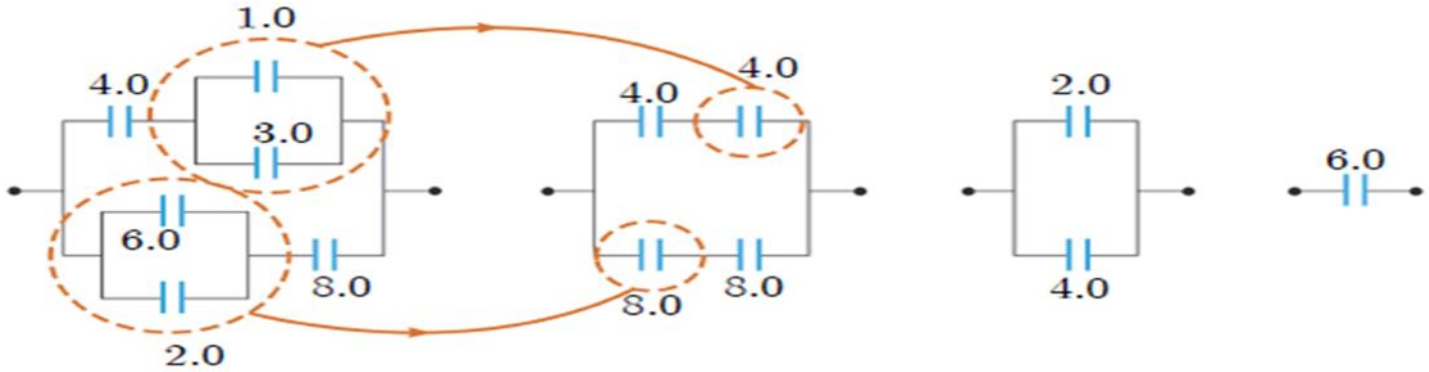
วิธีทำ แยกหาความจุไฟฟ้าจากส่วนย่อยเพื่อให้วงจรง่ายขึ้น
พิจารณาความจุไฟฟ้ารวมเนื่องจากตัวเก็บประจุขนาด 1.0 μF กับ 3.0 μF ที่ต่อขนานกัน

$$\begin{aligned} C_0 &= C_1 + C_2 \\ &= 1.0 + 3.0 \\ &= 4.0\ \mu F \end{aligned}$$

เสมือนตัวเก็บประจุหนึ่งตัวที่มีความจุ 4.0 μF ต่อมาพิจารณาความจุไฟฟ้ารวมเนื่องจากตัวเก็บประจุขนาด 6.0 μF กับ 2.0 μF ที่ต่อขนานกัน

$$\begin{aligned} C_0 &= C_1 + C_2 \\ &= 6.0 + 2.0 \\ &= 8.0\ \mu F \end{aligned}$$

เสมือนตัวเก็บประจุหนึ่งตัวที่มีความจุ 8.0 μF ดังนั้นระบบจะเทียบเท่ากับระบบที่มีตัวเก็บประจุ 4.0 μF สองตัวต่ออนุกรมกัน และต่อขนานกับตัวเก็บประจุ 8.0 μF สองตัวที่ต่ออนุกรมกัน พิจารณาความจุไฟฟ้ารวมเนื่องจากตัวเก็บประจุ 4.0 μF สองตัวต่ออนุกรมกัน



$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$
$$= \frac{1}{4.0} + \frac{1}{4.0} = \frac{2}{4.0}$$
$$\frac{C_0}{1} = \frac{4.0}{2} = 2.0\mu F$$

เปรียบเหมือนตัวเก็บประจุหนึ่งตัวที่มีความจุ 2.0 μF ต่อมาพิจารณาความจุไฟฟ้ารวมเนื่องจากตัวเก็บประจุ 8.0 μF สองตัวต่ออนุกรมกัน

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$
$$= \frac{1}{8.0} + \frac{1}{8.0} = \frac{2}{8.0}$$
$$\frac{C_0}{1} = \frac{8.0}{2} = 4.0\mu F$$

เสมือนตัวเก็บประจุหนึ่งตัวที่มีความจุ 4.0 μF ดังนั้นระบบจะเทียบเท่ากับระบบที่มีตัวเก็บประจุ 2.0 μF ต่อขนานกับตัวเก็บประจุ 4.0 μF ดังนั้นค่าความจุไฟฟ้ารวมของระบบจะเท่ากับ

$$C_0 = C_1 + C_2$$
$$= 2.0 + 4.0$$
$$= 6.0\ \mu F$$

พลังงานที่สะสมในตัวเก็บประจุ

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq$$

$$= \frac{1}{C} \int_0^Q q\, dq$$

$$= \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} \right]_0^Q$$

$$W = \frac{Q}{2C}$$

งานที่ทำโดยแหล่งจ่ายไฟฟ้าจะเท่ากับพลังงานที่สะสมในตัวเก็บประจุ (U) และเมื่อตัวเก็บประจุมีความต่างศักย์เท่ากับความต่างศักย์จากแหล่งจ่ายไฟฟ้า V จะมีประจุสะสมอยู่เท่ากับ $Q = CV$ ดังนั้นพลังงานที่สะสมในตัวเก็บประจุจะเท่ากับ

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$